Grenzwerte: $\lim\limits_{P \to 0,0}$ auf x-Achse: $x = x$ $y = 0$
y-Achse: $x = 0$ $y = y$
Gerade $y = x$: $x = x$ $y = x$

Stetig Zeigen: Grenzwert bilden für ges. Pkt Bsp $(0/0)$
Über Gerade $y = x$ annähern: $\lim (f(x,y)) = 0$ → stetig
$\neq 0$ → nicht stetig

Partielle Ableitung: f_x f_{yy}
f_{xx} $f_{yx} = f_{xy}$ falls Ableitung stetig
f_y

Vollst. Differential: $dz = D(x,y) = z_x(x_0,y_0)(x-x_0) + z_y(x_0,y_0)(y-y_0)$ ... Tangentialebene an $P(x_0,y_0)$ und z_0!
$\Delta z_T(x_0,y_0) = A(x-a) + B(y-b) + d$
x_0,y_0 in z ⇒ $z_0 = d$

$$dz = \underbrace{z_x(x_0,y_0)\,dx}_{\text{Anstieg } x\text{-R}} + \underbrace{z_y(x_0,y_0)\,dy}_{\text{Anstieg } y\text{-R}}$$

Approxim. Fläche 2. Ordnung: Taylorpolynom S. 133

Fehler / Optimierung: $\underbrace{f(x,y) - f(x_0,y_0)}_{\Delta f} \approx f_x(x_0,y_0)\underbrace{(x-x_0)}_{\Delta x} + f_y(x_0,y_0)\cdot\underbrace{(y-y_0)}_{\Delta y}$

abs: ΔV relativ: $\frac{\Delta V}{V}$ → Gesamte Gl. durch V dividieren

Lagrange: 1. Lagrange-Hilfsfkt: $L(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + \lambda(x^2 + 2y - 6)$
z.B. $x^2 + 2y = 6$!
2. Partielle Ableitungen: L_x, L_y, L_λ → x_i, y_i herausfinden + zug. λ!
⇒ Potentielle Extrema $P_i(x_0,y_0)$ mit $f(x_0,y_0) = z_0$

$$\begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{xz} \\ f_{yx} & f_{yy} & f_{yz} \\ f_{zx} & f_{zy} & f_{zz} \end{bmatrix}$$

3. Art des Extremums: aus Lagrangeteil (L_λ): $h(x,y) = x^2 + 2y - 6$
(1) $\nabla(h(x,y)) = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}$ (2) Hesse-Matrix L: $\nabla_{xx} L(P) = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{bmatrix}$ mit

für alle P_i: $\nabla h(P_i) \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = h_x u_1 + h_y u_2 \overset{!}{=} 0$ ⇒ Bez. für $u_2 : u_2 = \alpha u_1$
→ z.B. $u_2 = -u_1$
→ neuer Vektor $u = \begin{pmatrix} u \\ -u \end{pmatrix}$

P_i in (2) → $\nabla_{xx} L(P_i) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

GTR $[u,-u] \cdot [a,b;c,d] \cdot [u;-u]$
$= (a-b-c+d)\cdot u^2$

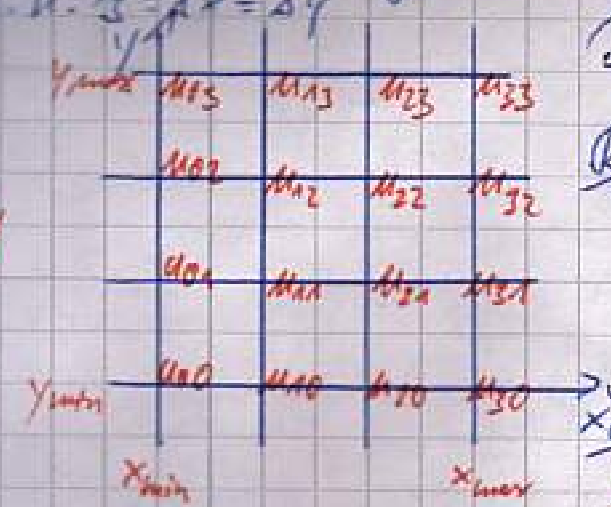
Multipl. skalar: $\vec{u}^T \cdot H \cdot \vec{x} = (u,-u) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ -u \end{pmatrix} = \underline{\underline{\alpha u^2}}$
→ > 0: Min P_i mit $f(P_i) = \ldots$
< 0: Max P_i mit $f(P_i) = \ldots$

4. Absolutes: Rand: $z = 0$,

z.B.: $h = \frac{1}{3} = \Delta x = \Delta y$

Differenzenverfahren: NB: Geg. Fkt.: $u(x)$ für $(x,y) \in \Omega = \underbrace{(1,2)}_{x} \times \underbrace{(0,1)}_{y}$

x_{min} x_{max}



DGL: $u_{xx} + u_{yy} = 0$

Rand: $u_{00} = u(x_0, y_0)$ u_{30} u_{10}
$u_{01} = u(x_0, y_1)$ u_{31} u_{13}
$u_{02} =$ u_{32} u_{20}
$u_{03} =$ u_{33} u_{23}

x innen: u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}

Aprox. 1. Abl.: $v'(t) \approx \frac{v(t+h) - v(t-h)}{2h} \approx \frac{v(t+h) - v(t)}{h}$

$v''(t) \approx \frac{v(t+h) - 2v(t) + v(t-h)}{h^2}$ → Gesucht

Aprox in DGL: $u_{xx} \hat{=} v''(x) \hat{=}$ für u_{11}: $\frac{u_{12} - 2u_{11} + u_{01}}{[\text{Schrittweite: } x - ?]}$

- Bei gleichen Schrittweiten $u_{xx} + u_{yy}$: $u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{ij} = 0 = u_{xx} + u_{yy}$
- für alle innern u aufstellen → LGL

GTR: [Glchsys([1,2;3,4],[1;-1]) für $x + 2y = 1$, $3x + 4y = -1$ → x, y $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ – Ordnen nach Gegebenen (Rand!) rechts und Ges. (Innen) links

- GLS aufstellen

$$\begin{array}{c} u_{11} \; u_{21} \; u_{12} \; u_{22} \\ \begin{pmatrix} \; & \; & \; & \; \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} \end{array} \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Zug. rechte Seite} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Gauß: Vektorfeld $F = \begin{pmatrix} \cdot\cdot P \\ \cdot\cdot Q \\ \cdot\cdot R \end{pmatrix}$ mit A_1: A_2:

S. 152

Durchfl.: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ → Deckel, $V =$ gegeb.
$\Phi_1 = \int_\varphi \int_r V \cdot n_1 \, dr \, d\varphi$, $n_1 = G_r \cdot G_\varphi$ → Fläche: Zyl.
$\Phi_2 = \iint V \cdot n_2 \, dr \, d\varphi$, $n_2 = (\ldots)$ → Normalen für z.B.

div F aufstellen: $\operatorname{div} F = P_x + Q_y + R_z$

Transf.: Deckel: $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $z = z$

Stokes: $\operatorname{rot} F = \begin{pmatrix} Q_z - R_y(-1) \\ R_x - P_z(-1) \\ P_y - Q_x(-1) \end{pmatrix}$ | Schauen, welche Figur → R berechnen | Koord. x y z, TV, FZ
$\vec{a} = \partial\eta \times \partial\varphi$ ← Koord. § 1x nach η bzw. φ ableiten und Kreuzpr.
Grenzen: $0 \le \varphi \le 2\pi$ || $0 \le \eta \le ?$ → BVR → $\cos\eta = \frac{\sqrt{3}}{2} \to \frac{\pi}{6}$
↳ wo Figur abgeschnitten wird

allg. DGLs: $u(x)$ bei $x = 0$: $u(x) = u(0) = 0$!
z_{xy} → $z_x = \ldots + h'(x)$

mit Subst.: Subst nach x, y umformen:

$z_\xi = z_x \cdot x_\xi + z_y \cdot y_\xi$

$z_{\xi\eta} = z_{x\eta} \cdot x_\xi + z_x \cdot x_{\xi\eta} + z_{y\eta} \cdot y_\xi + z_y \cdot y_{\xi\eta}$

$= (z_{xx} \cdot x_\eta + z_{xy} \cdot y_\eta) \cdot x_\xi + z_x \cdot x_{\xi\eta} + (z_{yx} \cdot x_\eta + z_{yy} \cdot y_\eta) \cdot y_\xi + z_y \cdot y_{\xi\eta}$

mit geg. DGL vergl. → wie groß muß z_ξ sein, damit Stimmig

z_ξ nach ξ integr. + $f(\eta)$ (Konst. Var.)

Produktansatz: Sep: $u(x,t) = A(x) \cdot B(t)$ … Lösung … Fall … Kons. Reihen … Rand … $A(x) \cdot B(t)$ … [illegible]